

特輯 : 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션

용접 아크 및 용융 풀의 유동을 고려한 용접부 수치 해석

김 원 훈 · 나 석 주

Numerical Analysis of Weldment by Considering the Convection of Welding Arc and Weld Pool

W. H. Kim and S. J. Na



김원훈/국방과학연
구소/1957년생/고
밀도 에너지 용접,
용접부 열 및 물질
유동에 관심이 있음



나석주/한국과학기
술원/1952년생/용접
자동화 및 레이저
가공 관련 연구수행

1. 서 론

재료가 고급화 될수록 용접 공정에 의해 좀더 신뢰성 있는 접합을 수행하는 일은 용이하지 않으며, 이러한 재료일수록 용접시 발생되는 결함, 국부적인 가열 및 응고에 의한 조직 변화, 열 응력에 의한 잔류 응력 발생, 용접 변형 등 제반 문제점을 더 많이 내포한다. 따라서 실제 용접 작업을 하지 않고 컴퓨터를 이용한 수치 해석 방법에 의해 용접부 거동을 수행하는 것이 더 경제적이며, 효과적일 수 있다.

용접부에 대한 열 및 물질 유동 연구는 용접부에서 야기되는 물리적 현상을 규명하기 위한 필수적인 분야로서 최근에 선진국에서는 이에 관련된 많은 연구가 활발히 진행되고 있다. 용접부의 열 유동에 대한 연구는 표 1에 제시된 바와 같이 1940년대 Rosenthal에 의해 해석적인 방법이 시도된 이래 1980년대 초반 까지는 주로 전도 (conduction) 만이 고려된 에너지 방정식에 대한 용접부의 수치해석이 수행되었다. 왜냐하면 용접 중에 용접부는 열원에 의해 매우 복잡한 거동을 보이기 때문이다. 그

러나 1980년대 중반부터 대류 현상을 고려한 해석이 수행되고 있으며 용접부의 대류 현상을 고려한 용접 풀(pool) 해석이 보다 정밀한 용접부 형상 예측에 필수적이다.

용접 풀의 대류 현상을 일으키는 구동력은 크게 전자기력, 표면 장력, 부력 및 플라즈마 아크 가스의 충돌력이 있다. 이러한 4 종류의 힘들 중 주로 앞쪽의 2 또는 3 종류의 구동력에 대해서만 현재까지 주로 연구 발표 되었다^[1~8].

플라즈마 아크 가스의 충돌력을 고려하기 위해서는 우선 용접 아크의 모델 설정을 통해 용접부의 자유 표면에 전달되는 여러 현상들이 계산 되어야 한다. 따라서 최근에 몇몇 사람들에 의해서만 용접 아크와 용접 풀이 조합된 모델 설정이 수행되고 있는 실정이며^[8~14], 특히 상기 4 종류의 구동력을 모두 고려하여 각 구동력에 따른 용접부 형상을 비교 해석한 한 논문은 현재까지 별로 발표된 보고가 없다.

본 보고서에서는 용접 풀(pool)의 유동을 고려한 용접부의 수치 해석 절차 및 방법을 제시하였으며, 용접은 GTAW(gas tungsten arc welding) 및 GMW(gas metalic arc welding) 공정에 대한 수

Table 1. Summary of theoretical work on weld pool fluid flow and heat transfer

year	nation	researcher(s)	model	problem	driving force(s)	pool shape	pool surface	remarks
1980	England (Magch wood Eng Lab.)	D.R.Athey	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc	MHD	prescribed	flat	
1984	America (M.I.T.)	G.M.Oreper J.Szekely	2 - D. transient	axisymmetric stationary arc	MHD buoyancy surface tension	calculated	flat	
1984	America (Illinois Univ.)	C.Chan J.Mazumder M.M.Chen	2 - D. transient	axisymmetric moving laser	surface tension	calculated	flat	
1985	America (Wisconsin Univ. Carnegie-Mellon Univ.)	S.Kou D.K.Sun	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc	MHD buoyancy surface tension	calculated	flat	
1986	America (Wisconsin Univ.)	S.Kou Y.H.Wang	3 - D. quasi-steady	moving laser	buoyancy surface tension	calculated	flat	
1986	America (Oak Ridge National Lab. Clarkson Univ.)	T.Zachria A.H.Eraslan D.K.Aidun	3 - D. transient	moving arc stationary arc	MHD buoyancy surface tension	calculated	free deformable	
1989	Korea (KAIST)	S.D.Kim S.J.Na	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc	MHD buoyancy surface tension gas drag	calculated	free deformable	BFC (Vorticity-stream function)
1991	Korea (KAIST)	J.W.Kim S.J.Na	3 - D. quasi-steady	moving arc	MHD buoyancy surface tension	calculated	free deformable	BFC
1992	America (Toronto Univ. M.I.T. Oak Ridge National Lab.)	R.T.C.Choo J.Szekely S.A.David	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc (couple with plasma arc)	MHD buoyancy surface tension	calculated	flat	"PHOENICS" code
1993	Japan (Osaka Univ.)	A.Matsunawa S.Yokoya	2-D steady	axisymmetric stationary arc	MHD buoyancy surface tension gas drag	calculated	flat	
1994	Korea (KAIST)	S.Y.Lee S.J.Na	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc (couple with plasma arc)	MHD surface tension gas drag	calculated	free deformable	BFC
1996 ~	Korea (KAIST)	W.H.Kim S.J.Na	2 - D. steady	axisymmetric stationary arc pulsed-current arc (couple with plasma arc)	MHD buoyancy surface tension gas drag	calculated	free deformable	BFC

치 해석 결과를 예제로 제시 하였다.

2. 수학적 모델링

Fig. 1은 정지 GTAW 공정에서 용융 풀의 유동 현상을 야기하는 구동력과 모재에서의 열 전달을 제시한 그림이다.

아크 용접 공정중에 용융 풀의 대류를 고려한 해석을 하기 위해서는 다음과 같은 구동력(driving forces)이 고려 될 수 있다.

1) 자체 유도 자기장과 모재로 흐르는 용접 전류 사이의 상호 작용에 의한 전자기력(electromagnetic force or Lorentz force)

2) 용융 풀의 표면에서 온도 구배 및 용융 풀의 표면 활성화 요소가 존재하므로 발생되는 표면 장력

(surface tension force or Maranngoni flow effect)

3) 플라즈마 아크 가스 유동에 의한 용융 풀 표면에 작용하는 플라즈마 가스의 항력(gas drag force)

4) 용융 풀 내부의 온도 구배에 따른 부력(buoyancy force)

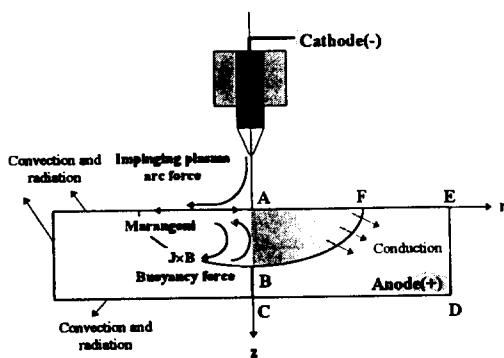


Fig. 1 Schematic representation of GTAW

Table 2. Boundary conditions for weld pool model

	u	w	T	ϕ
AB	0	$\frac{\partial w}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$
BC	0	0	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$
CD	0	0	$k_c(T - T_{se}) = -k \frac{\partial T}{\partial r}$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$
DE	0	0	$k_c(T - T_{se}) = -k \frac{\partial T}{\partial r}$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$
EF	0	0	$q_e(r) = -k \frac{\partial T}{\partial r}$	$J_e(r) = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}$
FA	$-\mu \frac{\partial V_A}{\partial r} = q_a + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}$	0	$q_a(r) = -k \frac{\partial T}{\partial r}$	$J_a(r) = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}$

2. 1 지배 방정식

비압축성 층류 유동에 대한 용접 풀 해석을 위한 지배 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

1) 질량 보존 방정식

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (1)$$

2) 운동량 방정식

$$\rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \right] = -\nabla P - \mu \nabla \times (\nabla \times V) + F_B \quad (2)$$

여기서,

$$F_B = J \times B - \rho g \beta (T - T_0) \quad (3)$$

3) 에너지 방정식

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (VT) \right] = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (4)$$

$$\nabla \times E = 0, \quad \nabla \times \frac{B}{\mu_e} = J, \quad \nabla \cdot B = 0, \quad J = \sigma \cdot E \quad (5)$$

여기서,

P Pressure (Pa)

μ Dynamic viscosity (kg/m · sec)

ρ Density (kg/m³)

J Current density vector (A/m²)

B Self-induced magnetic flux density (Wb/m²)

C_p Specific heat at constant pressure (J/kg)

β Coefficient of thermal expansion (°K⁻¹)

k Thermal conductivity (W/m · °K)

E Electric field vector

μ_e Magnetic permeability of vacuum (H/m)

σ Electrical conductivity (1/hm · m)

에너지 방정식에서 잠열은 액체 금속 fraction을 포함시킨 열원 항에서 계산하며, 만일 합금의 상변태도를 알고 있다면, 액체 금속의 체적 fraction은 다음식에서 계산할 수 있다.

$$T > T_L \quad f_L = 1$$

$$T_s \leq T \leq T_L \quad f_L = \frac{T - T_s}{T_L - T_s} \quad (6)$$

$$T < T_s \quad f_L = 0$$

여기서,

T_L Liquidus temperature ((K)

T_s Solidus temperature ((K)

플라즈마 아크 가스의 항력(drag force) 및 표면장력은 경계 조건으로 처리하여 해석한다.

2. 2 경계 조건

본 보고서에서 용융 풀 해석에 적용된 경계 조건을 Table 2에 제시하였다. Table 2에서 기호 A~F는 Fig. 1에 제시되어 있다.

자유 표면(FA영역)의 표면장력에 의한 유동은 다음식으로 표시된다.

$$-\mu \frac{\partial V_s}{\partial n} = \tau_a + \frac{d\gamma}{dT} \frac{\partial T}{\partial s} \quad (7)$$

여기서,

τ_a Shear stress acting on base plate (N/mm^2)

$d\gamma/dT$ Surface tension gradient ($N/m \cdot {}^\circ K$)

n Normal direction to surface (mm)

s Tangential direction along surface (mm)

표면 장력과 온도 사이 관계는 다음의 식이 널리 적용되고 있다^{15, 16)}.

$$\gamma(T) = \gamma_m - A_\gamma(T - T_m) - R_g T \Gamma_s \ln(1 + K a_i) \quad (8)$$

여기서,

$$K = k \exp\left(-\frac{\Delta H_0}{R_g T}\right) \quad (9)$$

γ_m Surface tension at melting point (N/m)

A_γ Constant in surface tension gradient ($N/m \cdot {}^\circ K$)

T_m Melting temperature (K)

R_g Gas constant ($J/kg \cdot mole$)

Γ_s Surface excess at saturation

($J/kg \cdot mole \cdot m^2$)

a_i Activity of species i in solution (Weight %)

ΔH_0 Standard heat of adsorption ($J/kg \cdot mole$)

k Constant related to entropy of segregation

(3.18×10^{-3})

표면 활성화 요소(예 S, O, Se 등)를 포함하는 합금에 대한 표면장력 구배는 식(8)을 온도 T 에 따라 미분 하므로써 다음식이 유도 된다.

$$\frac{d\gamma}{dT} = A_\gamma - R_g \Gamma_s \ln(1 + K a_i) - \frac{K a_i}{(1 + K a_i)} \frac{\Gamma_s \Delta H_0}{T} \quad (10)$$

한편 CD, DE 및 EF 영역에서 열 전달 경계 조건은 다음의 식이 적용 될 수 있다.

$$h_c (T - T_\infty) = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (11)$$

여기서, h_c 는 Goldak 등¹⁷⁾이 세안한 복사 및 대류 경계 조건을 포함하는 복합 열 전달 계수로 다음과 같다.

$$h_c = 24.1 \times 10^{-4} \varepsilon T^{1.61} (W/m^2C) \quad (12)$$

여기서,

ε = Emissivity of body surface (0.9로 가정)¹⁸⁾

2.3 표면 변형

용융 풀의 자유 표면은 용접 아크의 영향으로 변형이 일어난다. 따라서 용융 풀의 원래 표면이 그 형상이 변할 경우 전체 에너지는 용융 표면의 면적 변화에 의한 표면 에너지와 중력장에 의한 포텐셜 에너지 및 용융 풀 표면을 누르는 아크 압력에 의해 수행된 일의 합력이 된다. 최소 에너지의 원리를 적용하면 표면 방정식은 다음과 같이 표시된다¹⁹⁾

$$\gamma \left\{ \frac{rz_n + z_r(1+z_r^2)}{r(1+z_r^2)^{3/2}} \right\} = \rho gz - P_{arc} + \lambda_L \quad (13)$$

여기서,

$$z_r = \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$z_n = \frac{\partial z}{\partial r^2} \quad (14)$$

γ Surface tension (N/m)

P_{arc} Arc pressure acting on base plate (Pa)

λ_L Lagrange multiplier

식 (13)의 계산 절차는 유한 차분의 반복 방법(Iterative method)으로 비선형 미분방정식을 풀 수 있다. 이것을 계산한 다음 계산 결과는 전술한 구속 조건에 적용시키며, 구속 조건을 만족하지 못할 경우 식(13)에서 Lagrange multiplier λ_L 을 변경시키면서 반복 계산하여 표면 형상을 계산한다.

3.2 수치 해석 방법 및 절차

용접중에 용융 경계는 하나의 곡선 형태이며 또 미지의 형상을 가지기 때문에 경계 밀착 좌표계 (boundary-fitted coordinate system)를 도입하면 운동량 방정식에 대한 용융 경계를 정밀하게 묘사 할 수 있다. 최종 차분 방정식은 식(15)에서 Λ 가 그리드 노드 사이의 연결 계수를 나타낼 경우 다음식으로 표시된다.

$$A_p \Phi_p = A_E \Phi_E + A_W \Phi_W + A_T \Phi_T + A_B \Phi_B + S_d \quad (15)$$

따라서 비선형 미분 방정식은 선형 대수 방정식으로 간략화되어 질 수 있다.

지배 방정식은 비선형이고 매우 복잡하게 상호 커플 되어 있기 때문에 반복 계산 절차 (iterative procedure)에 따라 수렴 해를 얻어야 한다.

본 보고의 예제에서는 속도-압력 보정 절차를 통하여 연속 방정식과 운동량 방정식을 동시에 만족하는 정확한 압력 및 속도장을 구하였다. 반복 해석하는 과정에 안정성 (stability)을 확인하기 위해 압력에 대한 노드와 속도에 대한 노드 사이에 엇물림 격자계 (staggering grid system)가 반복 계산 중에 수치적 안정성을 얻기 위해 적용되었다. 압력장을 평가하기 위해 압력 보정 방정식이 이산화된 (discretized) 운동량 및 연속 방정식으로부터 근사적으로 유도 되었다. SIMPLE-C 알고리즘을 사용하여 수치 해석하였으며²⁰⁾, 유한 차분 방정식을 풀기 위해 TDMA (tri-diagonal matrix algorithm)

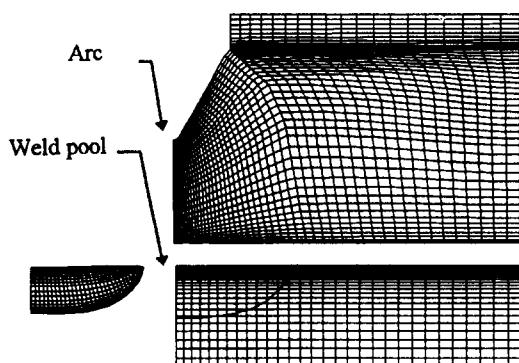


Fig. 2 Solution domain and mesh generation

를 사용한 line-by-line 방법을 사용하여 반복 계산을 수행하였다. 각 방정식을 풀 때 하향 이완 계수 (under relaxation factor)를 사용하였다.

4. 계산 결과 및 고찰

4.1 AISI 304 스테인레스 강

GTAW 공정으로 AISI 304 스테인레스 강의 용접 아크 및 풀 해석을 위한 영역을 Fig. 2에 제시 하였다. 재료의 크기는 폭 10.0 mm, 두께 3.0 mm로 하였다. 중심면에 대해서 대칭이기 때문에 계산은 평면의 한쪽 면에 대해서만 수행하였으며, 격자수는 30×31 개로 하였으며 변화하는 격자 즉 열원 근처에서는 조밀하게, 중심에서 떨어지면서 조대한 격자를 적용함으로써 해의 수렴 및 정밀도를 향상 시켰다. 사용된 재료의 물리적 특성은 발표된 논문 자료를 적용하였으며^{9, 16, 21)}, 열전도 계수 및 비열은 온도에 따른 값을 적용하였다. 계산에 사용된 용접 조건은 Table 3에 제시하였다. 용접 전류 120A, 아크 길이 2.0 mm에 대한 용접 아크의 수치 해석 결과인 전류 밀도, 열 풀릭스, 아크 압력 및 용접 풀에 작용하는 전단 응력을 Fig. 3에 제시 하였다. 이 값들은 모두 용접 풀 모델 해석시 경계 조건으로 적용되었다. 합성력에 대해서 시간에 따른 용융 풀의 깊이, 폭 및 종횡비 (aspect ratio : depth to half-width ratio)를 Fig. 4에 제시하였다.

Table 3. Welding parameters used

Welding parameter	Value used
Arc length, mm	2.0
Arc voltage, V	14.0
Electrode angle, deg	60
Electrode diameter, mm	3.2
Electrode tip diameter, mm	0.4
Nozzle diameter, mm	12.7
Shielding gas (Ar), l/min	10.0
Welding current, A	100

그림에서 용접 초기의 짧은 시간 동안에 용융 풀의 깊이 및 폭의 급격한 증가 현상을 관찰 할 수 있었으며, 특히 종횡비의 경우 일정한 시간이 경과한

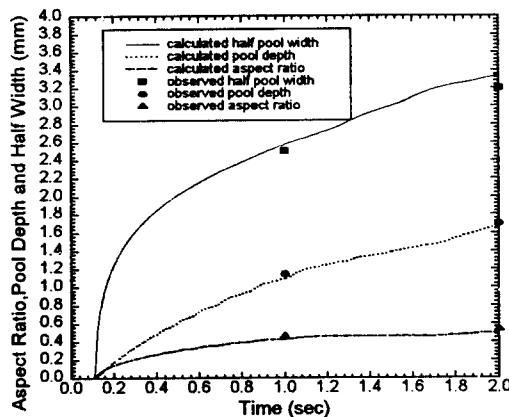


Fig. 4 Computed weld pool depth, half width and aspect ratio

후에는 변화폭이 비교적 크지 않았다.

Fig. 5에서는 각 구동력의 영향에 따른 용융 풀의 형상을 제시하고 있다.

Fig. 5-A는 합성력에 대한 결과로 속도 분포는 용융 풀의 중심에서 바깥으로 향하는 형태를 보이며 최대 속도는 약 12.9 cm/sec로 나타났다.

Fig. 5-B는 순수한 전도에 의해 계산된 결과로 용입 깊이가 크게 나타났으며, 대류 영향을 고려한 합성력의 결과(Fig. 5-A)와 큰 차이가 있음을 알 수 있다.

Fig. 5-C는 용접 풀 내의 온도 구배에 의해 발생되는 부력의 영향에 따른 결과를 보여 주고 있다. 부력은 체적력으로 작용하여 전체적인 유동 형태에는 영향을 끼치지만 그 효과는 매우 적으며, 최대 속도는 0.05cm/sec로 이미 여러 사람들이 계산하여 발표 제시한 결과와 유사한 크기를 보였다. 그리고 용접 풀의 형상은 전도만이 고려된 모델과 거의 유사하게 나타났다. 또 유동 방향은 용접 중심으로부터 바깥으로 향하는 형상을 보여 주었다.

Fig. 5-D는 충돌 플라즈마 아크 가스의 항력에 의한 유동 형태를 제시하고 있다. 그럼에서 알 수 있듯이 자유 표면에서 유체 유동은 반경 방향으로 바깥으로 향하며, 최대 속도는 9.2 cm/sec 정도로 나타났다. 따라서 항력은 각 구동력 중 용접 풀의 대류 효과에 매우 큰 영향을 끼친다는 사실을 알 수 있었다.

Fig. 5-E는 용접 풀 내에서의 전기장과 자기장에

따른 전자기력에 의한 유동 형태를 보여 주고 있다. 풀의 표면에서 유체 유동은 용접 중심을 향하고 있으며, 용접 풀의 형상은 부력에 의한 것과 매우 유사한 형상을 보여 주고 있다. 또 최대 유동 속도는 0.2 cm/sec로 매우 작은 값을 나타내고 있다.

Fig. 5-F는 용접 풀 내의 온도 구배에 따른 또는 표면 활성화 요소에 의한 표면 장력 효과의 유동 형태를 보여주고 있다. 일반적으로 그 유동 형태는 표면 장력 계수의 부호 및 표면 활성화 요소의 존재 여부에 따라서 큰 차이를 나타낸다. 본 결과는 식(12)에 주어진 식으로 계산된 결과를 제시하고 있다. 유동 형태는 반경 방향으로 바깥으로 향하고 있으며, 최대 반경 방향의 속도는 8.9 cm/sec로 나타났다.

본 수치 모델의 해석 결과로 계산된 속도 크기는 이미 다른 사람들이 계산한 크기(0.005 cm/sec~100 cm/sec)와 정량적으로 유사한 값을 보여 주었다.^{4,7,10,11,14,16,21)}

4.2 GTAW 공정에서 AISI 1042 강

AISI 1042 강 재료를 사용한 GTAW 공정에서 앞 절에서 제시한 4종류의 구동력을 모두 고려된 해석 결과의 예제이다¹¹⁾. 지배 방정식은 Vorticity - Stream Function Approach 방법에 의해 해석이 수행되었다. Fig. 6-A, B 와 Fig. 6-C, D 는 각각 용융 표면이 수평의 경우와 변형된 용융표면일 경우의 해석 결과를 보여 주고 있다. 두 경우에 있어서 매우 유사한 유동 형태를 보여주고 있으나, 용입 깊이에 있어서는 변형된 용융 표면 해석 결과치가 더 적게 나타났으며, 이것은 용융 풀 표면에 작용하는 플라즈마 가스의 항력에 의해 아크로 부터 용융 풀 표면에 작용하는 열 전달량이 감소 되기 때문이다. 또 이로 인해 표면에서 유동 방향이 바깥쪽으로 향하고 있다.

4.3 GMAW 공정에서 AISI 1010 강

AISI 1010 강 재료를 사용한 GMAW 공정에서 구동력 중 전자기력, 부력 및 표면 장력이 고려된 용접부의 3차원 해석 결과를 제시한 예제로서 특히 용융 전극봉의 금속 이행 효과가 고려 되었다¹²⁾. Fig. 7은 중력 및 아크 힘에 의한 용접 풀의 표면 형

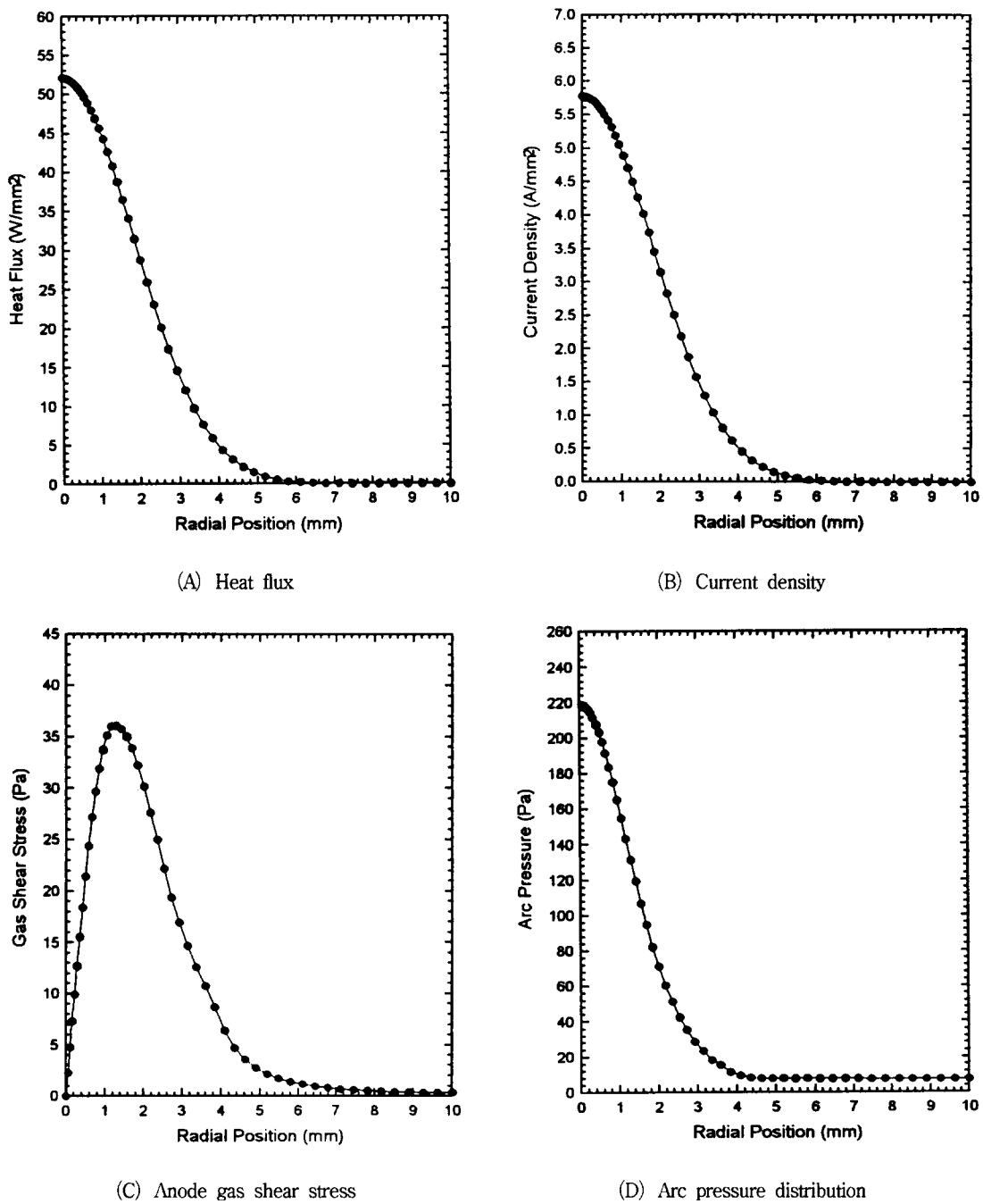


Fig. 3 Arc characteristics on molten pool surface

상을 제시한 그림이다. 아크 중심에서 용접 풀 표면은 용융 안된 표면에 비해 변형된 형상을 볼 수

있다. Fig. 8은 용접 전류 300A, 아크 길이 15mm의 경우 용접 중심선 평면에서 속도 분포를 제시한 그

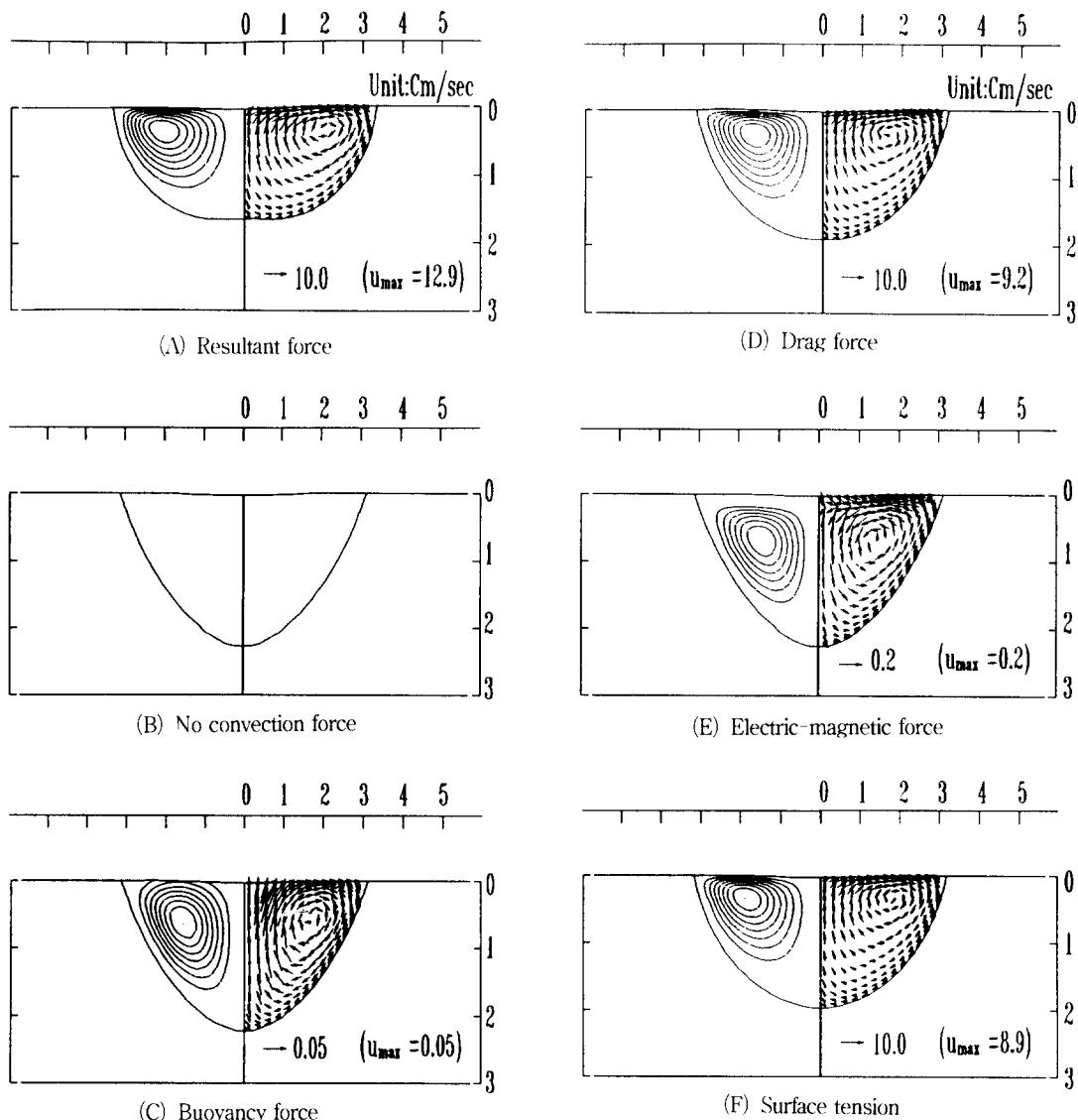


Fig. 5 Weld pool profile due to different driving forces

림이다. 그림에서 z -축은 재료의 두께 방향이며, x -축은 용접 진행 방향을 나타내며 $-$ 부호는 용접이 진행 완료된 방향이며, $+$ 부호는 용접이 진행 예정 방향을 나타낸다. 구동력중 부력과 표면 장력 효과는 적게 나타났으며, 전자기력에 의한 영향이 매우 크게 나타났다. 이는 용접 전류가 크기 때문이며 이로 인해서 유동 방향은 용접 중심선을 기준

으로 한쪽으로 향하는 것을 볼 수 있다. Fig. 9는 아크 길이에 따른 용접부의 해석 및 실험 결과를 비교 제시한 그림이다. 그림에서 아크 길이가 증가함에 따라 용접 비드 폭은 증가 하지만 비드 높이와 용입 깊이는 감소 함을 알 수 있다.

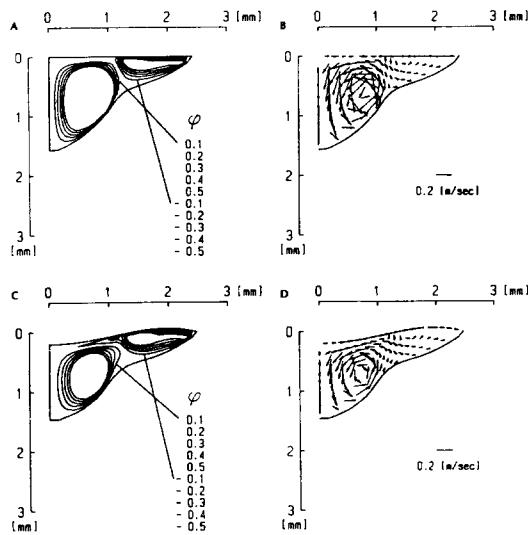


Fig. 6 Flow patterns due to driving force for $I=200$ A after 1 s of welding.

- A - Stream function contours for flat surface
- B - Velocity distribution for flat surface
- C - Stream function contours for deformed surface
- D - Velocity distribution for deformed surface

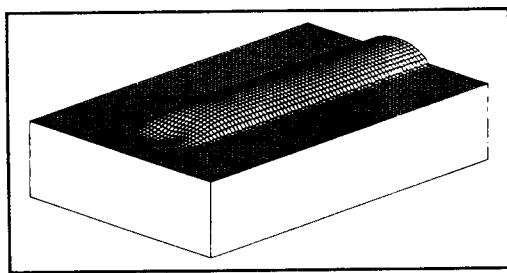


Fig. 7 An example of calculated weld surface

5. 결 론

본 연구에서는 GTAW 및 GMAW 공정에서 용접부의 열 및 물질 유동 해석을 수행하기 위한 지배방정식, 해석 방법 및 절차를 제시하였으며, 또 실제로 해석한 결과를 예제로 살펴 보았다. 그러나 용접 공정은 매우 복잡한 물리적 현상을 야기하기 때문에 용접부 수치 해석 모델 설정 및 해석의 수행은 용이한 일은 아니다. 그렇지만 이 분야의 연

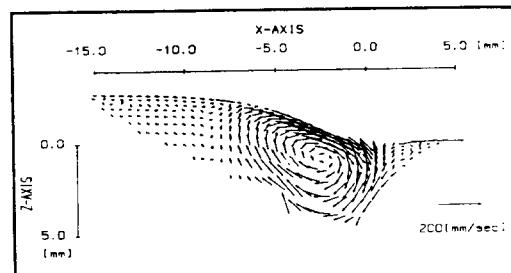


Fig. 8 Velocity distribution at center plane in weld pool (Arc length = 15 mm)

구는 용접 구조물에 대해서 사전에 용접 조건 설정을 위한 실제 용접 작업 수행을 하지 않고 용접부 형상, 결합, 냉각 속도, 용고 등의 예측을 위한 매우 효과적이고 경제적인 방법으로 사용되기 때문에 용접 분야에 종사하는 관련 연구자들의 관심이 한층 더 요당된다.

참 고 문 헌

1. D. R. Athey: J. of Fluid Mech., 98(4) (1980), p. 787~801
2. G. M. Oreper, T. W. Eager, and J. Szekely: Weld. J., Res. Suppl., 62(11) (1983), p. 307s~312s
3. G. M. Oreper, and J. Szekely: J. of Fluid Mech., 147(10) (1984), p. 53~79
4. Sindo Kou and D. K. Sun: Metall. Trans. A, Vol. 16A (1985), p. 203~213
5. Sindo Kou and Y. H. Wang: Weld. J., Res. Suppl., 65(3) (1986), p. 63s~70s
6. T. Zacharia, H. Eraslan, D. K. Aidun, and S. A. David: Metall. Trans. B, Vol. 20B (1989), p. 645~659
7. Y. P. Lei and Y. W. Shi: Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 26 (1994), p. 455~471
8. R. T. C. Choo and J. Szekely: Weld. J., Res. Suppl. (1991), p. 223s~233s
9. R. T. C. Choo, J. Szekely, and R. C. Westhoff: Weld. J., Res. Suppl. (1990), p.

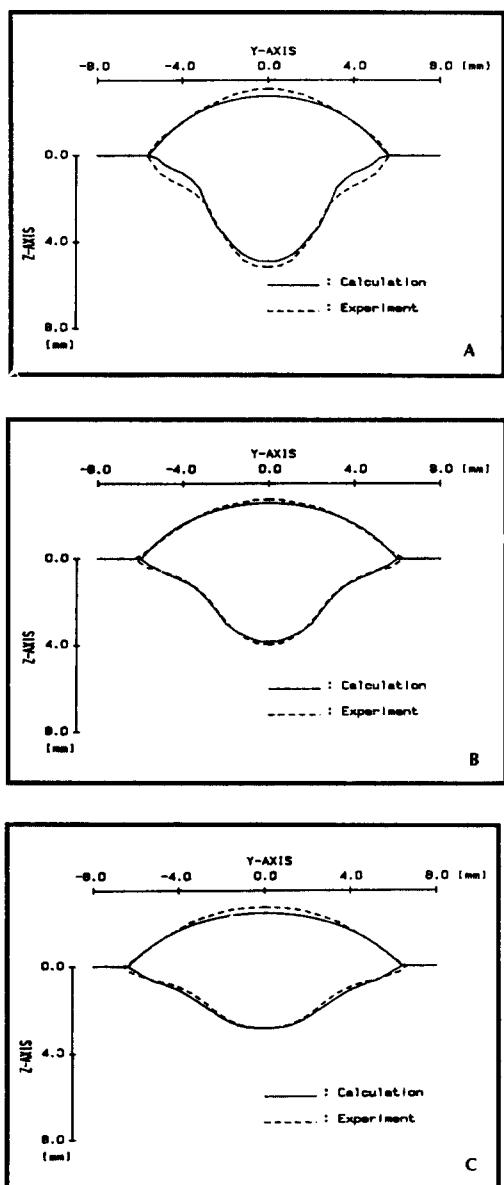


Fig. 9 Comparisons of calculated weld shapes with experimental ones
 A - Arc length = 15 mm
 B - Arc length = 20 mm
 C - Arc length = 25 mm

346s-361s

10. S. Yokoya and A. Matsunawa: Tran. of the Japan welding Society, Vol. 24, No. 1(1993), p. 2~9
11. S. D. Kim and S. J. Na: Weld. J., Res. Suppl. (1992), p. 179s-193s
12. J. W. Kim and S. J. Na: Trans. of ASME, J. of Eng. for Industry, (1994), p. 78~85
13. D. B. Spalding: J. Mathematics and computers in simulation, X III (1981)
14. S. Y. Lee: Ph. D. thesis, KAIST, South Korea (1994)
15. P. Sahoo, T. DebRoy, and M. T. McNallan: Metall. Trans. B, Vol. 19B(1988), p. 483~491
16. T. Zacharia, S. A. David, J. M. Vitek and T. Debroy: Weld. J., Res. Suppl. (1989), p. 499s-509s
17. J. Goldak, M. Bibby, J. Moore and B. Patel: Metall. Trans., 17B(1986), p. 587-600
18. Y. S. Touloukian: Thermophysical properties of high temperature solid materials, Vol. 3(1967)
19. T. Ohji and K. Nishiguchi: IIW Doc. 211-555-83(1988)
20. S. V. Patankar: Numerical heat transfer and fluid flow(1980)
21. T. C. Choo, J. Szekely and R. C. Westhoff: Metall. Trans. B, Vol. 23B(1992), p. 357~369