연구논문

피로하중하 용접잔류응력 이완 추정모델

한 승 호*·신 병 천* *한국기계연구원 구조시스템연구부

Prediction Model for Relaxation of Welding Residual Stress under Fatigue Loads

Seung-Ho Han* and Byung-Chun Shin*

*Dept. of Structural System Engineering, Korea Institute for Machinery and Materials, Daejeon 305-600, Korea

Abstract

The strength and the life of welded components are affected extensively by the residual stresses distributed around their weldments not only under static loads, but also fatigue loads. The residual stress can be superimposed with externally applied loads, so that unexpected deformations and failures of members will be occurred. These residual stresses are not kept constant, but relaxed or redistributed during in service. Under static loads the relaxation takes place when the external stress superimposed with the residual stress exceeds locally the yield stress of material used. It is shown that under fatigue loads the residual stress is considerably relieved by the first or few cycle loading, and then gradually relaxed with increasing loading cycles. In this study the phenomenon and mechanism of the stress relaxation by mechanical means were investigated and a model to predict quantitatively the residual stress relaxation for the case of static and fatigue loading condition was proposed.

(Received January 3, 2002)

Key Words: Welding residual stress, Residual stress relaxation, Fatigue load, Fatigue strength

1. 서 론

용접구조물 제작시 용접열에 의해 발생된 잔류응력은 피로강도 및 피로수명에 큰 영향을 준다¹⁾. 용접잔류응력의 방향, 즉 인장 또는 압축이냐에 따라 구조물의 전체 수명이 줄어들거나, 또는 늘어나게 된다. 실제 피로 강도가 취약한 용접연결부에 높은 인장잔류응력이 작용하는 경우, 헤머링 공법으로 표면부에 국부적인 압축잔류응력을 유발시켜 균열발생 억제를 도모하기도 하고, 대형용접구조물을 제작하는 조선소에서는 후열처리 기법을 적용하여 잔류응력을 이완시키기도 한다^{2,3)}.

잔류응력을 이완시키는 방법으로 열처리와 기계적인 하중을 가하는 방법으로 크게 나누어진다⁴⁻⁷⁾. 열처리에 의한 응력이완(TSR: Thermal Stress Relaxation) 은 풀림, 뜨임과 같은 공정을 통하는 것이 일반적이며, 재료의 재결정온도 근처에서 수 시간 가열한 다음 실온 까지 서냉시켜 잔류응력을 모두 이완시킬 수 있다^{4,5,8)}. 열처리가 바람직하지 않은 경우, 기계적 응력이완 (MSR: Mechanical Stress Relaxation)이 이용된다. 이는 잔류응력을 갖는 부재에 외부하중을 주어 작용응력과 잔류응력의 합이 재료의 항복응력에 도달케하여 잔류응력이 이완 혹은 재분포되는 특성을 이용하는 방법이다⁴⁻⁷⁾. 정하중 뿐만 아니라 피로 또는 진동하중 하에서도 잔류응력이 점진적으로 이완되며, 잔류응력의 이완정도는 작용응력과 사이클 수가 결정한다^{4,5,9-11)}. 또한 피로하중의 크기별로 고응력, 시간강도및 피로한도 역에서 서로 다른 메카니즘으로 잔류응력이 이완된다고 보고하고 있다^{4,5,12,13)}.

용접구조물의 피로수명 평가시 수명에 큰 영향을 주는 잔류응력의 효과를 고려하기 위하여 구조물의 사용 중 잔류응력의 변화를 정량적으로 평가해야 한다. 본연구에서는 MSR기구에 대한 고찰로부터 응력진폭과사이클 수의 영향을 고려하여 용접부 잔류응력 이완을

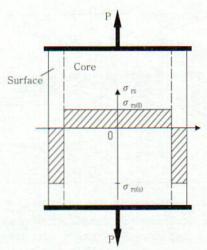
정량적으로 평가하는 모델을 제안하고자 한다.

2. 기계적 응력이완(MSR)

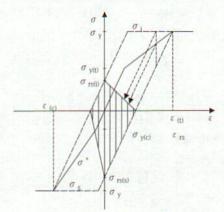
MSR은 잔류응력과 작용응력의 합이 재료의 항복응력에 도달하면 시작된다. 이 때 국부적인 소성변형은 결정립 내의 전위 슬립으로 발생하며, 탄성스트레인으로 남아있는 잔류응력을 소성스트레인으로 변환시키면서 잔류응력이 이완된다^{4,5)}.

잔류용력은 부재 내에 일정한 크기로 존재하지 않고. 서로 평형상태를 유지하면서 인장 · 압축잔류응력이 혼 재되어 있다. $Fig. 1^{4}$ 은 표면에는 압축잔류응력 $\sigma_{rs(s)}$ 그리고 내부에는 인장잔류응력 $\sigma_{rs(i)}$ 이 작용하는 실린더 에 외하중 P가 작용하는 경우를 모식도로 나타낸 것이 다. 가공경화현상이 없는 경우(Fig. 1(b)), 인장하중 P가 부가되면 표면부 응력 σ_s , 중심부 응력 σ_i 및 합성 응력 σ*는 인장변형율 ε과 함께 직선적으로 증가한다. O:는 표면보다 더 적은 변형율로 재료의 항복점에 도달 하고, σ*은 중심부와 표면의 인장합성항복점 σ_{ν(t)}에 도 달한 이후 계속되는 하중과 함께 소성선도를 그린다. 따라서 합성항복점 이상의 인장응력이 부가되면 중심부 와 표면에서의 응력이완을 기대 할 수 있다. 압축하중 을 가하는 경우도 인장하중을 가하는 경우와 동일한 거 동을 보인다. 따라서 기계적 하중에 의한 잔류응력 이 완은 상하로 빗금 친 부분의 영역 내에서 가능하다. 만 약. 실린더 표면이 가공에 의해 경화되었다면 표면의 항복응력은 중심부보다 높아져 잔류응력 이완 패턴이 바뀐다. (Fig. 1(c)) 인장하중을 가하여 σ*가 σ_{y(j)}에 도 달될 때까지는 가공경화 현상이 없다고 가정한 Fig. 1(b)와 유사하나, 그 이상에서 σ*는 가공경화에 의하여 증가된 $\sigma_{v(s)}$ 까지 다시 선형적으로 증가한다. 이 때 제 하하면 표면에는 인장 그리고 중심부에는 압축잔류응력 이 남게 된다. 압축하중을 가하는 경우, σ*가 σ_{y(i)}를 넘 어서 제하하면 인장하중을 가하는 경우와 반대로 표면 부에서는 압축, 중심부에서는 인장잔류응력이 남게 된 다. 인장 및 압축응력이 $\sigma_{y(i)}$ 를 초과하는 경우, 표면과 중심부에 남게 되는 잔류응력의 크기는 σ*를 기준으로 σ,와 σ,의 차이로 결정된다.

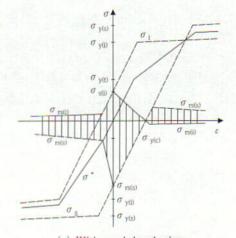
피로하중에 의한 잔류응력 이완기구는 Fig. 2와 같이 $\Delta \sigma - N$ 선도 상에 나타낼 수 있다. 고응력이 작용하는 경우, Fig. 1의 모델과 마찬가지로 작용응력과 잔류응력의 합이 재료의 항복응력을 초과할 때 잔류응력 이완이 발생한다. 시간강도 영역에서 피로에 의한 잔류응력 이완은 $\Delta \sigma$ 및 사이클 수 N이 중요한 변수이며, 그 외



(a) Distribution of longitudinal residual stresses



(b) Without work hardening



(c) With work hardening

Fig. 1 Simple model for residual stress relaxation due to uniaxial loading

다른 변수들은 잔류응력 이완과 무관하다^{10,11)}. 특히, 잔류응력 이완은 첫 번째 또는 수 번째 피로 사이클에서 크게 발생하며, 사이클 수의 증가와 함께 지수적 혹은 대수적인 이완을 가져오고 응력의 크기에 따라 이완율이 결정된다¹²⁾. 피로하중이 매우 낮은 피로한도역 혹은 그 이하에서도 잔류응력이 이완되는 것으로 알려져

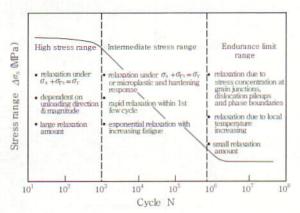


Fig. 2 The mechanism of residual stress relaxation according to amplitude of fatigue stress

왔다¹³⁾. 주요 이완기구는 고사이클에 의한 국부적인 온 도상승, 결정립경 교차점, 전위 집적부 그리고 상경계 등에 발생하는 응력집중이며, 이는 국부적으로 소성유 동을 발생시켜 잔류응력 이완을 야기시킨다. 이 응력 수준에서 잔류응력 이완은 시간 의존성이 크며, 국부적 인 미소 소성유동에 의해 잔류응력 이완이 이루어지므 로 이완량이 매우 적은 것이 특징으로 알려져 있다.

3. 실험방법 및 결과

3.1 실험방법

사용재료는 두께가 12mm인 일반 용접구조용강재인 SM490B(σ_y =352MPa, UTS=514MPa)이고, 시험 편을 모재 및 용접시험편으로 구분하였다. 용접시험편 제작시 시험편에 일정한 크기의 구속력을 주기 위하여 자체 제작한 지그를 이용하였고, CO₂-가스 자동용접 (300A, 30V, 240mm/min, CO₂-유량=18ℓ/min)을 실시하였다. Fig. 3은 시험편 형상이다. 모재와 용접 시험편 모두 시편 중앙에 ₱14 홀을 가공하여 피로시험시 균열발생위치를 모재로 국한시킴으로서 용접시험체의 경우 균열발생시 열영향부(Heat Affected Zone) 영향을 배제할 수 있었다.

정·피로하중 부하를 위하여 용량이 25 ton0 MTS 사의 만능시험기를 이용하였고, 하중비 R=0.1, 하중 주파수 10 Hz인 일정하중진폭 피로시험을 실시하였다.

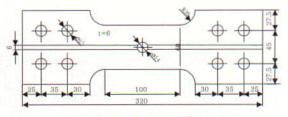
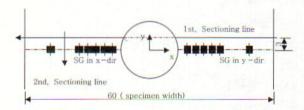


Fig. 3 Specimen configuration

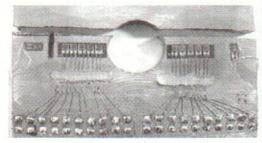
잔류응력계측을 위하여 단면절단법과 자화식 응력측정법을 이용하였다. 단면절단법은 잔류응력 계측부위에 스트레인 게이지를 부착하고 단면을 절단시키면서 이완되는 스트레인 값으로 잔류응력을 계측하는 방법이다. Fig. 4는 스트레인 게이지 부착위치와 절단면의 위치를 보여주는 모식도와 사진이다. 피로하중 부하시 반복 사이클 수에 따른 잔류응력 이완을 보다 효율적으로 계측하기 위하여 비파괴식 측정법인 자화식 응력측정법을 병행하였다.

3.2 잔류응력에 의한 피로강도의 변화

모재 및 용접시험편에 대하여 실시한 피로시험 결과는 Fig. 5와 같다. 모재의 경우 $N=2x10^6$ cycles에 대한 피로한도 값은 202MPa로 계측되었으며, 용접시험편의 경우 $4\sigma_n \ge 250$ MPa에서는 모재의 피로거동과 유사한 결과를 보이고 그 이하의 영역에서는 모재의 파단



(a) Schematical illustration



(b) Photo

Fig. 4 Location of strain gages and sectioning lines

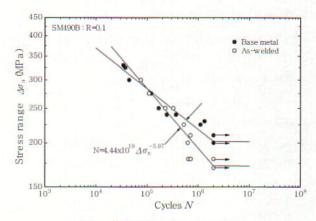


Fig. 5 Fatigue test results

수명 보다 용접시험편의 수명이 다소 짧아져 피로한도는 172MPa로 낮게 나타났다. $4\sigma_n \ge 250$ MPa 영역에서는 용접시험편의 잔류응력이 외력에 의하여 모두 이완되어 모재와 용접시험편이 동일한 거동을 보이고, $4\sigma_n < 250$ MPa 영역에서는 용접 시험편에 상존하는 잔류응력이 완전히 이완되지 못하고 부분적으로 남아, 이잔류응력이 외력과 중첩되어 평균응력이 상승하여 파단수명을 감소시키는 것으로 사료된다.

3.3 정하중 부하시 잔류응력 이완

부하하중 크기에 따른 잔류응력 이완정도를 평가하기 위하여 하중크기를 변화시키면서 잔류응력을 단면절단법을 이용하여 계측하였다. $\Delta \sigma_n = 180$, 200, 225, 250MPa에 준하는 하중을 1cycle 가한 후 잔류응력(하중방향) 계측결과를 Fig. 6과 같이 나타내었다. 하중을 가하지 않은 상태에서 잔류응력은 Hole 선단 2mm(x=7mm)에서 120MPa 정도의 인장응력이고, x=24mm에서는 -70MPa 정도의 압축응력으로 존재하였다. Iida 등¹⁴⁾의 결과에 의하면, SM490A 판에 Bead-on-Plate 전자빔 용접한 시험편은 Hole 근방에서 잔류응력이 220MPa 정도이고, 시험체 끝부분에서 -170MPa의 분포를 보인다. 본 연구와는 용접방법과조건이 달라 대소의 차이는 있지만, 유사한 분포경향이나타났다.

부하하중의 크기가 증가할수록 Hole 근방의 잔류용력이 상당히 줄어들었으며, $4\sigma_n$ =250MPa에 준하는 하중을 가한 후에는 인장잔류용력이 모두 소멸되어 결국에는 -40MPa 정도의 압축용력으로 변하였다. 이 현상은 앞서 설명한 Fig. 5의 피로시험 결과와 일맥상통하다. 즉, $4\sigma_n$ =250MPa을 중심으로 이 이하의 용력수준에서는 시험편 Hole 근방에 인장 잔류용력이 계속 남아있어. 이는 외력과 중첩되어 피로수명을 감소시키는

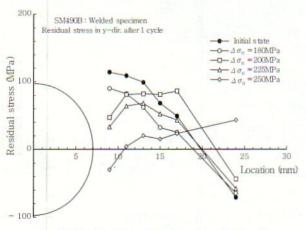
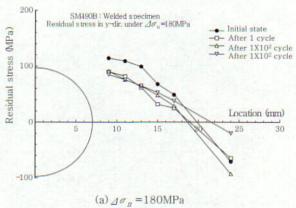


Fig. 6 Residual stress after 1 cycle loading

주요한 원인이다.

3.4 부하 사이클 수에 따른 잔류응력 이완

Fig. 7은 $4\sigma_n$ =180, 200MPa의 낮은 응력수준에서 하중반복수에 따른 잔류응력 변화를 단면절단법으로 계측한 결과이다. 두 경우 모두 2절에서 언급한 피로하중하 기계적 잔류응력 이완기구와 마찬가지로 잔류응력은 첫 번째 사이클에서 큰 폭으로 이완되고, 이 후 반복되는 사이클 수에 큰 변화가 관찰되지 않았다.



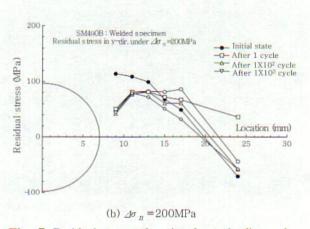


Fig. 7 Residual stress relaxation due to loading cycles

4. 잔류응력 이완모델

4.1 하중크기에 따른 잔류응력 이완모델

외력에 의한 잔류응력 이완 특성을 평가하기 위하여, 공칭응력을 가했을 때 Hole 주변에 응력집중을 고려한 실제 작용응력 σ_{app}/σ_y 를 FEM 해석으로 구하고, Fig. 6의 초기 잔류응력분포 $(\sigma_{res})_{ini}/\sigma_y$ 와 외응력 $\Delta\sigma_n=180$, 200, 225 및 250MPa 1 cycle 작용 후 잔류응력 σ_{res}/σ_y 을 같이 Fig. 8에 나타내었다. 1 cycle 후 잔류응력 이완은 중첩응력 $\{(\sigma_{res})_{ini}+\sigma_{app}\}/\sigma_y$ 가 1을 넘는 시점부터 발생하며, $\Delta\sigma_n$ 이 크면 Hole 근방에 작용하는 중

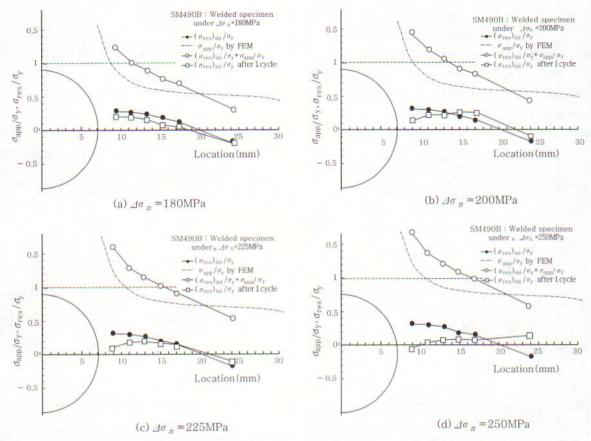


Fig. 8 σ_{app}/σ_{y} and σ_{res}/σ_{y} before and after 1 cycle load

첩응력이 광범위하게 1을 넘어서며 잔류응력 이완이 크 게 일어난다. 이를 통해 외력에 의한 잔류응력 이완량 은 Fig. 2의 Vöhlinger 모델과 마찬가지로 외력과 잔 류응력의 중첩응력 크기로서 정량화 할 수 있음을 확인 하였다.

Fig. 9는 외력에 의한 잔류응력 이완 정도를 정량적으로 평가하기 위하여, Fig. 8에서 $\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y \ge 1$ 인 결과를 $(\sigma_{res})_{1cycle}/(\sigma_{res})_{ini}$ 과 $\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y$ 로 나타낸 결과이다. $\Delta\sigma_n = 250$ MPa의 일부 실험결과를 제외하고 $\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y$ 가 증가함에 따라 $(\sigma_{res})_{1cycle}/(\sigma_{res})_{ini}$ 은 선형적으로 감소한다. Fig. 9의 결과로부터 하중크기에 따른 잔류응력 이완 추정모델을 다음과 같이 제안하였다.

$$\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{npp}\}/\sigma_y < 1 : (\sigma_{res})_{1 \text{ Cycle}}/(\sigma_{res})_{ini} = 1$$

$$\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{npp}\}/\sigma_y \ge 1 : (\sigma_{res})_{1 \text{ Cycle}}/(\sigma_{res})_{ini} =$$

$$-1.6[\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{npp}\}/\sigma_y] + 2.6$$

$$(2)$$

제안된 모델을 Iida 등¹⁵⁾이 실시한 SUS 316에 대한 잔류응력 이완실험 결과와 비교해본 결과 서로 잘일치함을 알 수 있다. 이는 제안된 모델이 작용응력 및

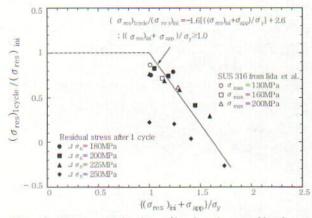


Fig. 9 Change of $(\sigma_{res})_{1cycle}/(\sigma_{res})_{ini}$ due to $\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_{y}$

잔류응력을 사용된 강재의 항복응력으로 표준화하여 항 복응력이 서로 다른 다양한 강종의 잔류응력 이완량 예 측에 적용 가능함을 의미한다.

4.2 부하사이클 수에 따른 잔류응력 이완모델

Fig. 7의 결과 중 홀 선단(x=9mm)의 잔류응력 계측결과를 첫 번째 사이클 후의 결과로 나눈 $(\sigma_{res})_{relax}/(\sigma_{res})_{1cycle}$ 을 y-축으로 하고, 이를 사이클 수 N으로 정

리하여 Fig. 10에 나타내었다. $(\sigma_{res})_{relax}/(\sigma_{res})_{1cycle}$ -값 은 $N=10^5$ cvcles에 도달될 때까지 큰 변화 없이 1에 머무름을 알 수 있다. 잔류응력 계측에 적용된 단면절 단법은 파괴적인 방법으로 한 시험편에 대하여 정해진 사이클 수에 대한 시험결과가 얻어지므로 피로하중 부 하에 따른 잔류응력 이완 거동평가에 적용하기에 많은 어려움이 따른다. 부하사이클 수에 따른 보다 효과적인 잔류응력 이완량 계측을 위하여 비파괴 계측법의 일종 인 자화식 응력측정법을 부하응력 범위가 용접시험체 피로한도영역인 Δσ_n=160, 180 및 200MPa에 적용하 였다. 홀 선단(x=9mm)의 계측결과를 단면절단법의 결과와 같이 Fig. 10에 도시하였다. $(\sigma_{res})_{relax}/(\sigma_{res})$ res) 1cycle는 하중반복수 Nol 10⁷cycles에 도달 될 때까 지 점진적으로 감소하는 경향을 보였다. $(\sigma_{res})_{relax}/(\sigma_{res})$ res) 1cvcle-N의 관계를 다음과 같은 멱함수의 형태로 표 현할 수 있다

$$(\sigma_{res})_{relax}/(\sigma_{res})_{1cycle} = N^{-k}$$
 (3)

연강에 대한 일정변형률 시험하의 반복평균응력 이완 거동에 대한 연구 11,16 에서도 식(3)과 유사한 형태의 표현식을 찾아 볼 수 있다. 식(3)의 k는 이완지수로서 부하사이클 수에 따른 잔류응력 이완도를 결정한다. Fig. 10에서 보는 바와 같이 이완지수 k는 0.004로 얻어졌다.

정하중 및 피로하중 부하시 잔류응력 이완량을 추정할 수 있는 식(1), (2) 및 (3)을 고려하면 하중 부하에 따른 잔류응력 이완량 $(\sigma_{res})_{relax}$ 를 외응력과 초기 잔류응력의 합인 $\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_{y}$ 의 항으로 식(4) 및 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y < 1 : (\sigma_{res})_{relax} = (\sigma_{res})_{ini} \cdot N^{-0.004}$$
(4)

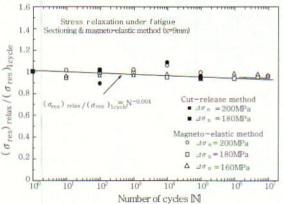


Fig. 10 Residual stress relaxation under fatigue loads

$$\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y \ge 1 : (\sigma_{res})_{relax} = (\sigma_{res})_{ini} \cdot$$

$$(-1.6[\{(\sigma_{res})_{ini} + \sigma_{app}\}/\sigma_y] + 2.6) \cdot N^{-0.004}$$
(5)

{(σ_{res})_{ini}+σ_{app}}/σ_y ⟨ 1의 경우, 시험체에 가해지는 응력 수준이 재료의 항복응력 보다 낮으므로 잔류응력 이완은 그레인 경계, 전위 집적부 그리고 변형된 그레인에서 발생하는 응력집중 및 변형률 경화에 의한 미세소성변형에 의해 결정된다^{7,17)}. 본 연구에서 제안한 부하 사이클 수에 따른 잔류응력 이완모델은 저응력 수준에서의 이완기구를 고려하지 못하고, 단지 인장피로 실험에 의한 현상학적인 특성만을 고려한 경험식이다. 따라서, 향후 저응력 수준의 잔류응력 이완기구를 심도있게 고찰하고, 항복응력이 서로 다른 강종에 대하여 변동하중이 부하되는 경우에 대한 연구가 진행될 예정이다.

5. 결 론

본 연구에서는 작용하중 크기에 따라 잔류응력 이완에 미치는 영향 그리고 피로하중하 응력진폭과 사이클 수의 영향을 고려하여 용접부 잔류응력 이완을 정량적 으로 평가하는 기법을 제안하였다. 얻어진 결과는 다음 과 같다.

- 1) 피로한도 영역에서 용접시험편의 피로강도는 모재 에 비해 낮게 나타나는데, 이는 용접시험편의 잔류응력 이 이완되지 못하고 외부응력과 중첩되어 평균응력이 상승되었기 때문이다.
- 2) 정하중하 잔류응력 이완은 잔류응력과 외부응력의 합이 강재의 항복응력에 도달되었을 때 발생하며, 합응 력의 크기에 따라 이완량도 결정된다. 이를 토대로 잔 류응력 이완 예측모델을 제시할 수 있다.
- 3) 피로하중하 잔류응력은 첫 번째 사이클에서 대부분 이완되고, 이후 계속되는 하중반복수에 따라 지수적으로 이완된다. 이완지수 k는 실험적으로 0.004로 0에가까운 값을 보이고 있어, 하중반복수에 따른 잔류응력이완정도는 공학적으로 무시할 수준이다.

후 기

본 연구내용은 과학기술부 국가지정연구실과제인 "대 형용접구조물의 피로수명예측기술개발"의 일부로 연구 수행에 지원을 주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. H. Iwata: Welding Residual Stress and its Control.

- J. of KWS, 3-2 (1985), 64-73 (in Korean)
- S.J. Madox : Fatigue Strength of Welded Structures, Abington Publishing, 1991
- M. Toyosada, K. Gotoh, G. Yamaguchi, T. Nakashima and K. Matsuoka: Estimation of Residual Stress Distribution and Fatigue Life Taking the Effect of Welding Procedure Sequence into Consideration in Welded Build-up Structures, JSNA, 182 (1997), 715-727 (in Japanese)
- Y.W. Kim and H.J. Kim: Principle of Mechanical Residual Stress Relaxation and its Effect on Mechanical Properties, J. of KWS, 5-2 (1987), 1-8 (in Korean)
- J.S. Park, M.S. Han, J.M. Han: Mechanical Stress Relief Technology and its Application, J. of KWS, 15-3 (1997), 29-35 (in Korean)
- O. Vöhringer: Relaxation of Residual Stresses by Annealing or Mechanical Treatment, Advances in Surface Treatments: Technology-Applications-Effects, Pergamon Books Ltd. (1987), 367-396
- M.R. James: Relaxation of Residual Stress an Overview, Advances in Surface Treatment: Technology-Applications-Effects, Pergamon Books Ltd., (1987), 349-365
- J.F. Throop, J.H. Underwood and G.S. Leger: Thermal Relaxation in Autofrettaged Cylinders, Residual Stress and Stress Relaxation, ed. E. Kula and V. Weiss, Plenum Press, (1982), 205–226

- K.K. Wahi and D.E. Maxwell: Trans. 5th int. Conf. Structural Mechanics in Reactor Technology, Rep. 13/3, (1979)
- J.M. Potter and R.A. Millard: Advance in X-Ray Analysis, ed., H. G. McMurdie, Plenum Press, (1977), 309-319
- H.R. Jhansale and T.H. Topper: Engineering Analysis of the Inelastic Stress Response of a Structural Metal under Variable Cyclic Strains, ASTM STP 519 (1973), 246-270
- JoDean Morrow, A.S. Ross and G.M. Sinclair: SAE Transactions, Vol. 68 (1960), 40-48
- E.J. Pattinson, D.S. Dugdale : Metallurgia, 66 (1982), 228–230
- K. Iida, S. Yamamoto and M. Takanashi : Residual Stress Relaxation by Reversed Loading, Welding in the World, 39-3 (1997), 138-144
- K. Iida and M. Takanashi: Relaxation of Welding Residual Stresses by Cyclic Zero-To-Tension Loading, IIW Doc. XIII-1685-97, (1997), 1-16
- M. Skorupa : Fatigue Crack Initiation Life Prediction for Welded Joints by Low Cycle Fatigue Approach, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 13-6 (1990), 597-613
- 17. D.J. Smith, G.H. Farrahi, W.X. Zhu and C.A. McMahon: Experimental Measurement and Finite Element Simulation of the Interaction between Residual Stresses and Mechanical Loading, Int. J. of Fatigue, 23 (2001), 293-302